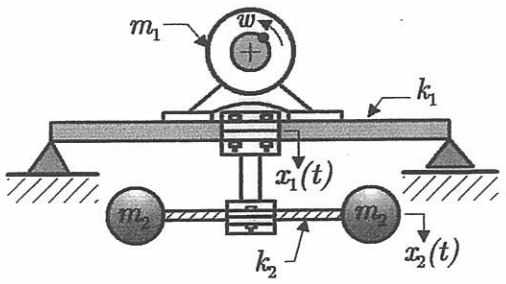
1)(2val) Para um sistema ligeiramente amortecido, caracterizar a resposta nas seguintes situações:

a) perturbação inicial de deslocamento;
b) solicitação harmónica $f(t) = F\cos\omega t$ para $\omega \ll \omega_n$ e para $\omega \gg \omega_n$.
c) Definir factor de amplificação dinâmica e comentar a seguinte afirmação: " A amplitude de resposta em regime harmónico é controlada nas baixas frequências pela rigidez, nas frequências médias pelo amortecimento e nas altas frequências pela massa." Se achar conveniente, juntar um esboço gráfico.

2)(2val) A análise do comportamento dinâmico de um sistema discreto pode assentar no modelo espacial do sistema.

a) Indicar a(s) principal(s) vantagem(s) da utilização das equações de Lagrange no estabelecimento do modelo espacial. Como é considerado, normalmente, o mecanismo de amortecimento de tipo viscoso nas equações de Lagrange?
b) Indicar que tipo de acoplamento pode apresentar o modelo espacial e qual a sua origem;
c) Escrever, em notação matricial, as expressões da energia cinética e da energia potencial elástica. Caracterizar, justificando, estas duas formas energéticas.



3)(1 val) A figura representa um sistema vibratório ao qual foi acoplado um absorsor de vibrações sintonizado para a frequência de excitação.

a) Representar graficamente a amplitude de resposta do sistema principal antes e após a montagem do absorsor, indicando claramente eventuais pontos notáveis e a posição de funcionamento;
b) Referir as implicações da razão de massas no funcionamento do sistema e/ou na eficiência da solução.

4)(1 val) O isolamento de vibrações consiste em reduzir a grandeza de forças transmitidas por equipamentos para as suas fundações ou em reduzir o movimento de apoios móveis para os equipamentos.

a) Definir transmissibilidade em ambos os casos;
b) Discutir a eficiência do isolamento em termos da massa do equipamento e da rigidez da suspensão;
c) Justificar a razão pela qual, em geral, não se considera o amortecimento no dimensionamento de uma suspensão elástica;
d) Para uma excitação multi frequência, indicar, justificando, qual a frequência a considerar no dimensionamento da suspensão elástica.

5)(2 val) A resposta forçada de uma viga em flexão pode exprimir-se em termos do deslocamento lateral e/ou dos esforços internos e pode ser determinada por sobreposição modal truncada dos modos naturais de vibração.

a) Estabelecer uma comparação entre a equação característica (cujas soluções são as frequências e as formas naturais de vibração) de um sistema discreto e de um sistema contínuo;
b) Escrever as propriedades de ortogonalidade (ortonormalidade) das formas naturais de vibração de uma viga em flexão;
c) Discutir a selecção e a dimensão da base modal seleccionada para determinação da resposta forçada.
d) Designando as 4 primeiras frequências naturais de uma viga simplesmente apoiada por ω_1, ω_2, ω_3 e ω_4, representar graficamente a função de resposta em frequência de tipo receptância $\alpha_{\ell/2,\ell/3}(\omega)$ na banda de frequências $\left[0;\ 1.5\omega_4\right]$ indicando claramente a posição de cada uma das frequências naturais.

Exame de Recurso - 2007-07-12

2). a) A principal vantagem da utilização das equações de Lagrange consiste na não necessidade de recorrer a diagramas de corpo livre dos componentes de um sistema dinâmico.

O amortecimento viscoso é normalmente definido por:

$$Q_i = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i}, \quad i = 1, \dots, n$$

Sendo $F = \frac{1}{2} \sum_{r=1}^{n} \sum_{s=1}^{n} c_{rs} \dot{q}_r \dot{q}_s$

Com $\dot{q}$ sendo as velocidades generalizadas e c_{rs} são os coeficientes de amortecimento, simétricos em r e s.

b) Pode ser um acoplamento de inércia, de rigidez e/ou de amortecimento. Estes acoplamentos são o resultado de uma interacção entre os movimentos das várias massas do sistema que se influenciam mutuamente.

c) $$T = \{\dot{v}\}^T [m] \{\dot{v}\}$$

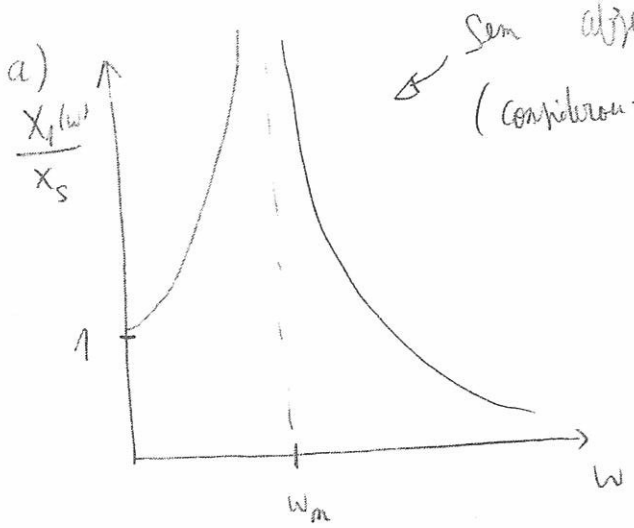
$$V = \{v\}^T [k] \{v\}$$

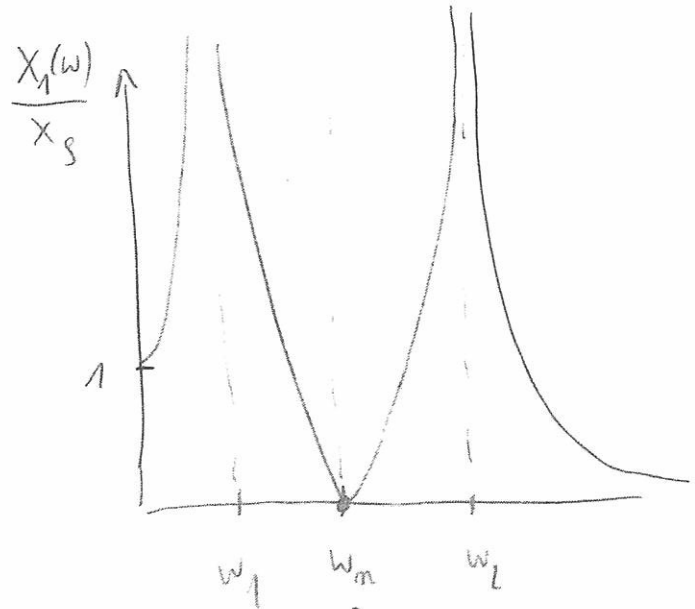
A energia cinética não pode ser negativa e apenas é nula quando todas as velocidades forem nulas. É portanto uma forma quadrática definida positiva e a matriz de massa é designa-

da matriz definida positiva.

A energia potencial é, em geral, uma forma quadrática definida positiva se a matriz de rigidez é definida positiva. No entanto em sistemas semi-definidos a energia potencial pode ser nula sem que todos os deslocamentos o sejam, neste caso a energia potencial é uma função quadrática semi-definida positiva (e a matriz rigidez diz-se semi-definida positiva).

3. a)





b) O aumento da razão de massas $\left(\frac{m_2}{m_1}\right)$ conduz a um afastamento das frequências naturais ω_1 e ω_2 do sistema tornando viável a excitação do sistema para uma banda de frequências mais alargada. A solução torna-se mais eficiente para valores próximos da frequência de sintonização (que não sejam a própria frequência).

a) Não considerando o amortecimento:

$$[m]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = 0$$

Assumindo um movimento harmónico síncrono: $\{x(t)\} = \{u\}\cos(\omega t - \phi)$

$$([K] - \omega^2[m])\{u\}\cos(\omega t - \phi) = \{0\} \qquad (1)$$

$$|[K] - \omega^2[m]| = 0 \rightarrow \text{frequências naturais}$$

Substituindo em (1) obtemos as formas naturais de vibração.

No caso do problema característico de um sistema contínuo

$$-\mathcal{L}[K(x)\mathcal{L}(V(x))] = \omega^2 m(x) V(x)$$

As soluções $V(x)$ têm de verificar a equação diferencial e as condições de fronteira. Assim a solução da equação característica de um problema contínuo é constituída por uma infinidade de pares característicos formados por um valor característico e pela respectiva função característica (um pouco à semelhança dos sistemas discretos mas usando uma abordagem integral da equação diferencial).

b) Ortonormalidade em relação à massa:

$$\int_0^l \rho A(x)\, V_r(x)\, V_s(x)\, dx = \delta_{rs} \qquad r, s = 1, \ldots, \infty$$

Ortonormalidade em relação à rigidez:

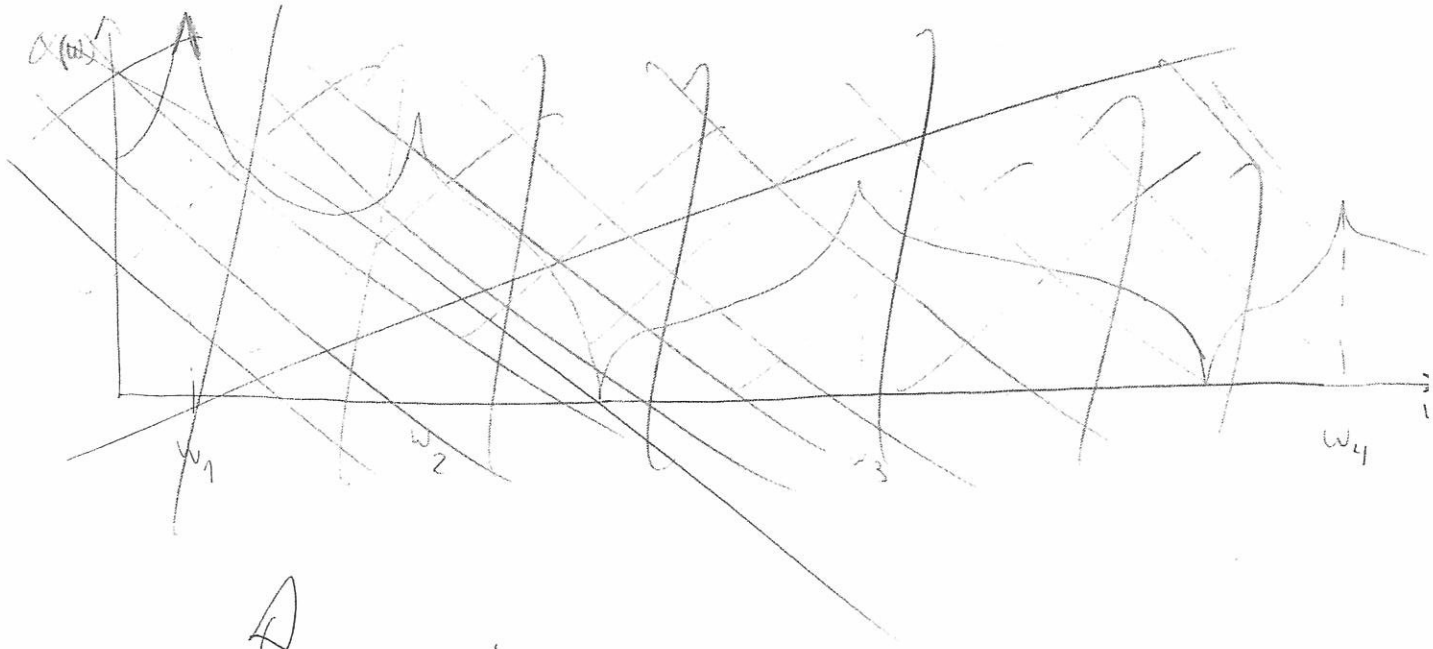
$$\int_0^l \frac{d^2 V_r(x)}{dx^2} E I(x) \frac{d^2 V_s(x)}{dx^2}\, dx = \delta_{rs} \qquad r, s = 1, \ldots, \infty$$

$$\text{com } \delta_{rs} = \begin{cases} 1 & , r = s \\ 0 & , r \neq s \end{cases}$$

c) A resposta forçada pode ser expressa em termos de deslocamento, momento fletor, esforço transverso e nas várias funções de resposta em frequência. A dimensão

da base modal adoptada teve ser diferente consoante o nosso objectivo. Assim, a resposta em deslocamento é satisfatoriamente aproximada pelos 1os modos de vibração. Mas o momento fletor já necessita de uma dimensão maior e o esforço transverso ainda mais. A escolha dos modos deve estender numa banda de frequências próximas das frequências de excitação.

d)

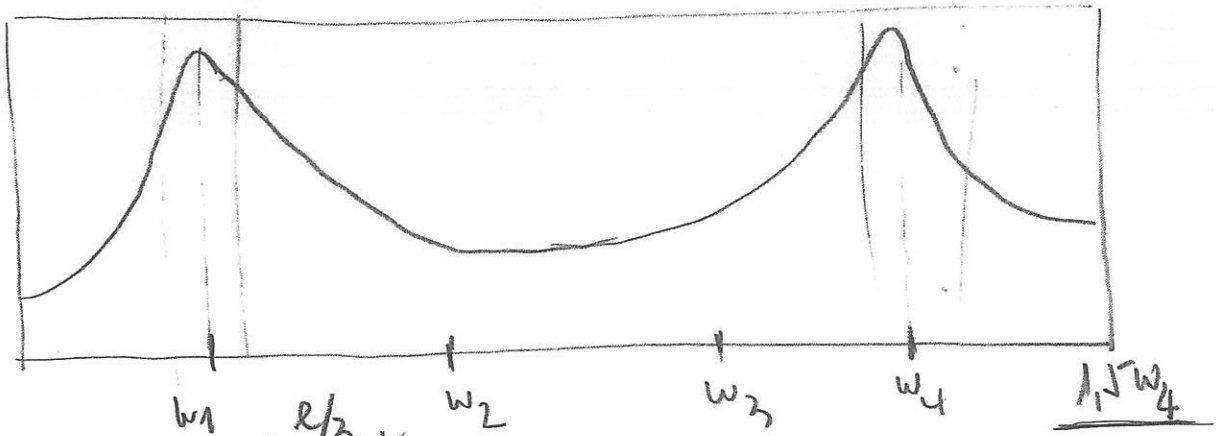


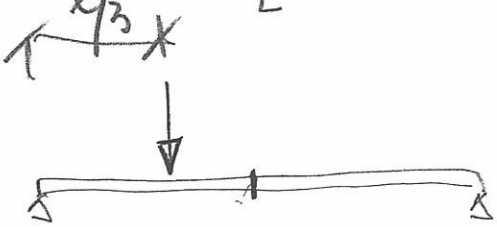
Errado

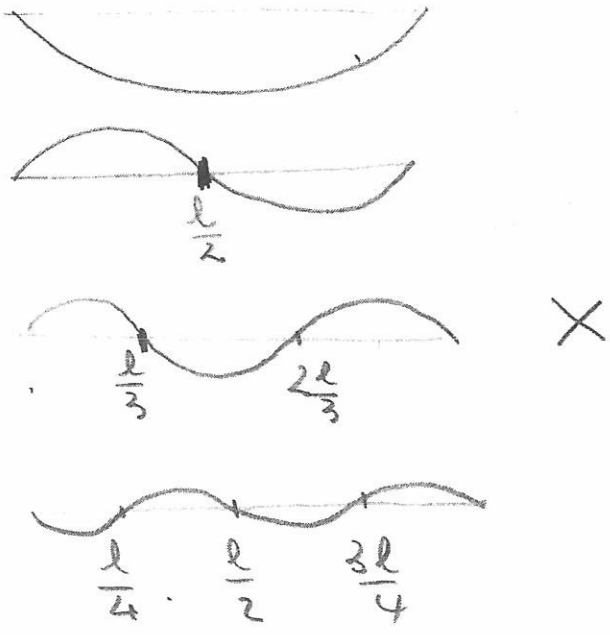
Ver Correcção do Prof.

d)

α $\frac{l}{2}, \frac{l}{3}$







X